

14. Mathematik

A. Fachbezogene Hinweise

Grundlage für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik sind die durch Erlass des MK vom 13.10.2004 per E-Mail direkt an die Schulen verschickten präzisierten Rahmenrichtlinien für die gymnasiale Oberstufe und die EPA Mathematik. Die über den Kern der Rahmenrichtlinien hinausgehenden Vertiefungen werden in den Hinweisen zu Thematischen Schwerpunkten festgelegt.

Beim Nachweis der fachlichen Kompetenzen kommt den Inhalten aus den Sachgebieten Analysis, Lineare Algebra/ Analytische Geometrie und Stochastik besondere Bedeutung zu.

Dabei stellen insbesondere folgende Aspekte bei der Erarbeitung in der Qualifikationsphase wichtige Grundlagen dar:

Analysis

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie die Synthese von Funktionen und ihren Eigenschaften (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch Funktionenscharen) und die Analyse von Funktionen und Funktionenscharen unter besonderer Berücksichtigung der Differenzial- und Integralrechnung beherrschen und entsprechende Verfahren sachgerecht zur Lösung innermathematischer und realitätsbezogener Sachsituationen und Probleme einsetzen können. Hierzu sollen sie symbolische, grafische und numerische Verfahren auch unter Zuhilfenahme von aus dem Unterricht bekannten Rechnertechnologien sinnvoll und angemessen einsetzen.

- Funktionenklassen: laut EPA
- Qualitative und quantitative Untersuchung globaler und lokaler Eigenschaften von Funktionen und Funktionenscharen (s.o.)
- Untersuchungen von abgeschlossenen Flächen (im Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau auch unbegrenzte Flächen)
- Verknüpfung von Funktionen und Funktionenscharen.

Stochastik

Die Prüflinge sollen nachweisen, dass sie einfache Zufallsexperimente auswerten können. Sie müssen in der Lage sein, ein geeignetes Modell zur Bearbeitung realitätsnaher Fragestellungen auszuwählen, Kennzahlen von Zufallsgrößen/Verteilungen zu berechnen und im Sachzusammenhang zu interpretieren. Sie sollen nachweisen, dass sie mindestens ein Verfahren der Beurteilenden Statistik anwenden können.

- Grundkenntnisse der Wahrscheinlichkeitsrechnung - Wahrscheinlichkeitsbegriff, Baumdiagramme/ Pfadregeln
- Grundkenntnisse der beschreibenden Statistik – Daten beschreiben und auswerten
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen und ihre Kennzahlen (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung), speziell Binomialverteilung.

Funktionswerte der Standardnormalverteilung sowie binomiale Wahrscheinlichkeiten sind mithilfe der Funktionen des Rechners zu bestimmen.

Diese Funktionswerte können nicht immer mit den eingeführten Rechnern berechnet werden, auch Formelsammlungen halten unterschiedliche Tabellen vor. Zur Vereinheitlichung werden Tabellen vorgegeben, die den Schulen vorab zur Verfügung gestellt werden und auch unter <http://cuvo.nibis.de> heruntergeladen werden können.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (allgemein bildende Schulen)

Für die Abiturprüfung 2010 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes algebraisch orientiert sein. Grundlage ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen im Bereich der Linearen Algebra die Matrizen als zweckmäßiges Hilfsmittel zur Beschreibung und Bearbeitung von Prozessen kennen und anwenden können. Weiterhin sollen sie nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen und die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen. Dabei genügt für die algebraische Untersuchung und Beschreibung der Objekte Gerade und Ebene die Beherrschung der jeweiligen Gleichung in Parameterform.

- Rechnen mit Matrizen
- Beschreibung von Prozessen mithilfe von Matrizen
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum.

Analytische Geometrie / Lineare Algebra (Fachgymnasium „Technik“)

Für die Abiturprüfung 2010 soll der Schwerpunkt dieses Sachgebietes geometrisch orientiert sein. Grundlage ist daher der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik. Die Prüflinge sollen in diesem Bereich nachweisen, dass sie über eine sichere mathematische Orientierung im Anschauungsraum verfügen, die Verfahren der Vektorgeometrie zur Analyse und Synthese der Lagebeziehungen von Objekten im Raum beherrschen und Problemstellungen der metrischen Geometrie sachgerecht bearbeiten können.

- Schrägbilder
- Vektoren im Anschauungsraum
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum
- Standardskalarprodukt
- Abstands- und Winkelberechnungen.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie (Fachgymnasium „Wirtschaft“, Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)

Grundlage für die Abiturprüfung 2010 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Hierbei sollen die Schülerinnen und Schüler die Lineare Algebra als notwendiges Hilfsmittel zur Lösung von Problemen aus den jeweiligen Berufsfeldern Wirtschaftswissenschaften, Gesundheit und Soziales kennen und anwenden können.

- Lösen linearer Gleichungssysteme (Gauß'sches Eliminationsverfahren) -im Kurs mit erhöhten Anforderungen auch Lösbarkeitsuntersuchungen und LGS mit Parametern-
- Rechnen mit Vektoren und Matrizen
- Modellierung realitätsbezogener Problemstellungen mit linearen Gleichungssystemen.

Hinweis zur Reihenfolge der Thematischen Schwerpunkte

Erstmals für die Abiturprüfung 2010 soll der Schwerpunkt des Sachgebiets Lineare Algebra/Analytische Geometrie für allgemein bildende Schulen algebraisch orientiert sein. Grundlage ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik. Dieser Thematische Schwerpunkt ist im Schuljahrgang 2009/2010 zu unterrichten.

Hinweise zur Kombination von Prüfungsaufgaben

Den Prüflingen werden zwei Prüfungsaufgaben vorgelegt. Jede Prüfungsaufgabe besteht aus *drei* Aufgaben, die sich auf die drei Sachgebiete Analysis, Stochastik und Analytische Geometrie/Lineare Algebra beziehen. Die beiden Prüfungsaufgaben setzen sich jeweils aus zwei thematischen Blöcken zusammen: Block 1 besteht jeweils aus einer Analysisaufgabe (Aufgabe 1A bzw. 1B), Block 2 enthält Aufgaben aus den Sachgebieten Stochastik und Analytische Geometrie/ Lineare Algebra. Der Block 2A (Schwerpunkt Stochastik) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Stochastik und eine Aufgabe 2 aus dem Sachge-

biet Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Der Block 2B (Schwerpunkt Analytische Geometrie/Lineare Algebra) enthält eine Aufgabe 1 aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra und eine Aufgabe 2 aus dem Sachgebiet Stochastik. Jeder Prüfling wählt aus den beiden Prüfungsaufgaben einen Block 1 und einen Block 2 aus.

Für die *Abendgymnasien, die Kollegs, die Freien Waldorfschulen und für die Nichtschülerprüfung* gilt für die Abiturprüfung eine besondere Regelung: Der Prüfling darf beim Auswählen des Blockes 2 der Prüfungsaufgaben die Aufgaben 2 gegeneinander austauschen.

Für *Fachgymnasien* gelten folgende besondere Regelungen:

Die beiden Analysisaufgaben in Block 1 werden für alle Fachgymnasien berufsbezogen gestellt.

In Block 2A des Fachgymnasiums „Technik“ sind die Aufgaben ohne, in Block 2B mit Berufsbezug.

In Block 2A der Fachgymnasien „Wirtschaft“ und „Gesundheit und Soziales“ ist die Aufgabe aus der Stochastik ohne, die in Block 2B mit Berufsbezug; die Aufgabe aus der Linearen Algebra ist in Block 2A und 2B berufsbezogen.

In Abhängigkeit von der Fachrichtung wird folgende Zuordnung der Sachgebiete für beide Prüfungsaufgaben festgelegt:

	FG „Wirtschaft“	FG „Technik“	FG „Gesundheit und Soziales“
Aufgabe 2	Stochastik	Analytische Geometrie	Stochastik
Aufgabe 3	Lineare Algebra	Stochastik	Lineare Algebra

Fachgymnasien mit mehreren Fachrichtungen entscheiden zu Beginn der Qualifikationsphase über die Zuordnung zu einem berufsbezogenen Schwerpunkt (FG „Wirtschaft“ oder FG „Technik“ oder FG „Gesundheit und Soziales“).

Die Gewichtung der beiden Blöcke 1 und 2 erfolgt im Verhältnis 1 : 1. In Block 2 werden die beiden Aufgaben im Verhältnis 2 : 1 gewichtet.

Für die schriftliche Abiturprüfung werden unterschiedliche Prüfungsaufgaben vorgelegt, die sich durch die Art der verwendeten Rechnertechnologie unterscheiden. Dabei werden die folgenden zwei *Technologie-kategorien* berücksichtigt:

- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem PC (CAS)

Einzelne Teile und Aufgabenstellungen der Prüfungsaufgaben werden sich bzgl. der zu erwartenden Lösungsstrategie, der Lösungswege und der Lösungsvielfalt in Abhängigkeit von der jeweilig zu benutzenden Rechnertechnologie unterscheiden. Bei der vorgegebenen Bewertung wird jeweils die verwendete Rechnertechnologie berücksichtigt.

Unabhängig von der verwendeten Technologieform sollen die Prüflinge auch über rechnerunabhängige Grundkompetenzen verfügen.

Nähere Hinweise zum Einsatz von Hilfsmitteln befinden sich im Abschnitt C.

B. Thematische Schwerpunkte

Thematischer Schwerpunkt 1: Analysis

Unterricht auf grundlegendem Anforderungsniveau

Vertiefungen für allgemein bildende Schulen:

- Scharen von ganzrationalen Funktionen
- Ortslinien
- Exponentialfunktionen mit Anwendungsbezug.

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Scharen von Exponentialfunktionen
- Ortslinien
- Angebot und Nachfrage, Kostentheorie.

FG „Technik“:

- Scharen von Exponentialfunktionen
- Ortslinien
- Kettenlinien, z.B. bei Absperrungen, Hängebrücken, Hochspannungsleitungen
- Abkling- und Sättigungsfunktionen, z.B. bei elektronischen Baugruppen.

Unterricht auf erhöhtem Anforderungsniveau

Vertiefungen für allgemein bildende Schulen:

- Scharen von gebrochen rationalen Funktionen
- Ortslinien
- Exponentialfunktionen mit Anwendungsbezug.

Vertiefungen (berufsbezogen) für Fachgymnasien:

FG „Wirtschaft“, FG „Gesundheit und Soziales“:

- Scharen von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Ortslinien
- Angebot und Nachfrage mit Steuern und Subventionen, Kostentheorie.

FG „Technik“:

- Scharen von Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Ortslinien
- Bogenlängen, Linien- und Flächenschwerpunkte, z.B. von ebenen Werkstücken
- Kettenlinien, z.B. bei Absperrungen, Hängebrücken, Hochspannungsleitungen
- Abkling- und Sättigungsfunktionen, z.B. bei elektrischen Baugruppen.

Thematischer Schwerpunkt 2: Stochastik (auch für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“)***Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau***

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes)
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten.

Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes)
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung
- Vertrauensintervalle für nicht bekannte Wahrscheinlichkeiten.

Thematischer Schwerpunkt 2 für das Fachgymnasium „Technik“: Stochastik***Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau***

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes).

Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau

- Bedingte Wahrscheinlichkeiten (Berechnung mithilfe von Baumdiagrammen, Vierfeldertafeln oder der Formel von Bayes)
- Wahrscheinlichkeitsverteilungen stetiger Zufallsgrößen, speziell Normalverteilung
- Hypothesentests.

Thematischer Schwerpunkt 3: Lineare Algebra / Analytische Geometrie***Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau***

- Matrizen im Anwendungsbezug: Materialverflechtung (Verflechtungsdiagramme, Verflechtungsmatrizen).

Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau

- Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen
Populationsentwicklung, Käufer- und Wahlverhalten, zyklisches und stationäres Verhalten.

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Wirtschaft“ und das Fachgymnasium „Gesundheit und Soziales“: Lineare Algebra

Grundlage für die Abiturprüfung 2010 ist der Inhaltsstrang „Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (A3)“ der EPA Mathematik.

Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau

- Produktionsplanung
- Anwendung von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen: Materialverflechtung, Produktionsverflechtung.

Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau

- Matrizen bei mehrstufigen Prozessen (Materialverflechtung, Übergangsmatrizen bei Käufer-, Wahlverhalten).

Thematischer Schwerpunkt 3 für das Fachgymnasium „Technik“

Grundlage für die Abiturprüfung 2010 ist der Inhaltsstrang „Vektorielle analytische Geometrie (A1)“ der EPA Mathematik.

Vertiefungen für Kurse mit grundlegendem Anforderungsniveau

- Abstands- und Winkelberechnungen
- Flächen- und Rauminhalte einfacher geometrischer Gebilde.

Vertiefungen für Kurse mit erhöhtem Anforderungsniveau

- Abstands- und Winkelberechnungen
- Flächen- und Rauminhalte auch komplexerer geometrischer Gebilde
- Lagebeziehungen von Kreisen, Kugeln zu Geraden und Ebenen.

C. Sonstige Hinweise**Hilfsmittel**

Die für die Abiturprüfung zugelassenen Standardhilfsmittel sind in den EPA Mathematik angegeben.

In der Abiturprüfung sollen die Prüflinge die ihnen bekannte und vom Unterricht vertraute Rechnertechnologie einsetzen. Sie sollen in der Prüfung u. a. den sinnvollen Gebrauch der ihnen vertrauten Rechnertechnologie nachweisen. Die Schule muss zu Beginn der Qualifikationsphase festlegen, welche der in der Einleitung beschriebenen zwei Technologiekategorien in der Abiturprüfung in den jeweiligen Prüfungsgruppen angewendet werden soll. Durch diese Entscheidung wird eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe festgelegt, die nicht mehr verändert werden kann.

Für den Technologieeinsatz in den Prüfungen gilt:

- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in den Urzustand (bei Auslieferung) zu versetzen. Programme sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Für eine hinreichende Anzahl von Ersatzrechnern ist zu sorgen.
- Bei den Computeralgebrasytemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete zulässig; auf PCs sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme zulässig.

- *Vernetzte Rechner* sind in der Abiturprüfung *nicht zulässig*. In Rechnernetzen ist von der Schule zu gewährleisten, dass die benutzten Rechner hardwareseitig vom Netz getrennt sind. Funkvernetzungen sind auf der Hardware- und Softwareseite so zu trennen, dass weder im Prüfungsraum noch in der lokalen Umgebung auf das System zugegriffen werden kann.
- Die textliche *Dokumentation der Problemlösung* muss in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist; die Dokumentation ist integraler Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.
- Bei der Übertragung von Graphen von Rechnern in die Dokumentation sind die Skalierungen der Achsen geeignet zu dokumentieren; die Terme der dargestellten Funktionen sind anzugeben, die Zuordnung Term – Graph muss eindeutig und nachvollziehbar sein.
- Wird der Computer zum Editieren von Aufgabenlösungen benutzt, muss der Prüfling zum Abschluss einen Computerausdruck seines Lösungstextes durch Unterschrift autorisieren. Die Erstellung des Computerausdrucks ist von der Schule geeignet so zu organisieren, dass beim Abgeben der Prüfungsarbeit der unterschriebene Ausdruck vorliegt. Nur der *autorisierte Ausdruck ist Bestandteil der Prüfungsarbeit*; die elektronische Version (Datei) kann *nicht* zur Korrektur oder Bewertung *herangezogen werden*.
- Die verwendete Technologie muss in den Prüfungsakten (mit Angabe des verwendeten Computeralgebrasystems bzw. Taschenrechner-Typs) von dem Prüfer vermerkt werden.

Zur Abiturprüfung sind gedruckte *Formelsammlungen* der Schulbuchverlage und Handbücher der Rechner zugelassen. Die Formelsammlungen dürfen keine Beispielaufgaben enthalten. Die Formelsammlungen sind vor Ausgabe an die Prüflinge zu überprüfen. *Nicht zugelassen* sind schulinterne eigene Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika (Taschenbuch der Mathematik, Lexikon der Mathematik).

Zugelassen als Hilfsmittel sind die unter *A. Fachbezogene Hinweise - Stochastik* genannten Tabellen.

Beispiele für auch in den Naturwissenschaften zugelassene Formelsammlungen sind:

- Formelsammlung bis zum Abitur, Paetec – Gesellschaft für Bildung und Technik
früher: Formeln und Tabellen für die Sekundarstufen I und II
- Das große Tafelwerk, Cornelsen